

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

**EMH 331E/3 – KAEDAH UNSUR TERHINGGA  
DALAM KEJURUTERAAN MEKANIK**

Masa : 3 jam

---

**ARAHAN KEPADA CALON :**

Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **TUJUH (7)** mukasurat dan **LAPAN (8)** soalan yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan.

Jawab **TIGA (3)** soalan daripada Bahagian A dan **DUA (2)** soalan daripada Bahagian B.

Jawab **LIMA (5)** soalan sahaja.

Jika calon ingin menjawab dalam **Bahasa Inggeris** sekurang-kurangnya **SATU (1)** soalan perlu dijawab dalam **Bahasa Malaysia**.

Jawapan bagi setiap soalan hendaklah dimulakan pada mukasurat yang baru.

**BAHAGIAN A**

- S1. [a] Terbitkan rangkap bentuk untuk elemen segitiga kuadratik dalam bentuk koordinat tempatan untuk segitiga  $L_i$ ,  $L_j$  dan  $L_k$ .**

*Derive the shape functions for a quadratic triangular element in terms of local coordinates  $L_i$ ,  $L_j$  and  $L_k$  for the triangle.*

**(50 markah)**

- [b] Sempadan untuk bentuk yang kompleks diwakili oleh satu sisi segitiga kuadratik. Jika sisi tersebut dikenakan fluks haba seragam  $q \text{ w/ sm}^2$ , tentukan daya-daya nod pada sempadan.**

*The boundary of a complex shape is represented by a side of a quadratic triangle. If this side is subjected to a uniform heat flux  $q \text{ w/cm}^2$ , determine the nodal forces on the boundary.*

**(50 markah)**

- S2. [a] Di dalam paip kembar sebuah penukar haba, bahagian bendalir panas mengalir di bahagian dalam tiub manakala bendalir sejuk mengalir pada bahagian luar ruang anulus. Penukaran haba antara kedua-dua bendalir diberikan oleh persamaan kebezaan :-**

*In a double pipe parallel flow heat exchanger, hot fluid flows inside a pipe and cold fluids flows outside in the annular space. The heat exchange between the two fluids is given by the differential equations :-*

**(50 markah)**

$$C_h \frac{dT_h}{dA} = -U(T_h - T_c)$$

$$C_c \frac{dT_c}{dA} = -U(T_h - T_c)$$

**dan,**

**C = kapasiti haba bendalir**

**U = pekali pemindahan haba keseluruhan**

**T = suhu bendalir**

**subskrip**

**h = untuk bendalir panas, c = untuk bendalir sejuk**

*Where C = heat capacity of fluid*

*U = Overall heat transfer coefficient*

*T = temperature of fluid*

*Subscript*

*h = for hot fluid*

*c = for cold fluid*

**Bentukkan matriks kekukuhan dan vektor daya menggunakan**

*Develop the stiffness matrix and force vector using*

## (i) Kaedah Subdomain

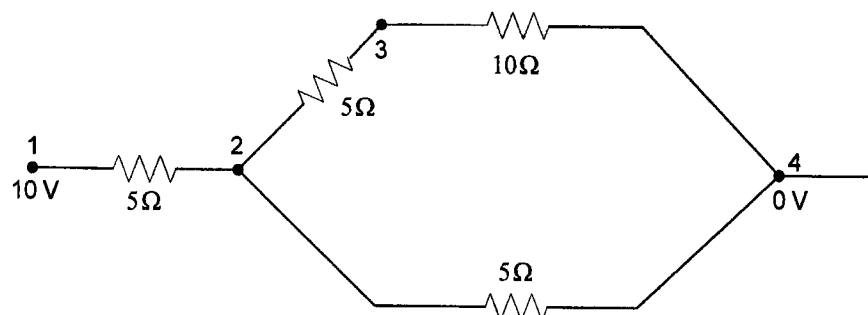
*Subdomain method*

## (ii) Kaedah Galerkin

*Galerkin's method*

- [b] Rajah S2[b] menunjukkan litar arus terus yang mempunyai beberapa rintangan dan voltan pangkalan. Tentukan arus yang mengalir dalam setiap cabang dengan menggunakan analisis sistem tersendiri.

Figure Q2[b] shows a direct current circuit with resistances in each of the circuit along with the voltages at the terminals. Calculate the current flowing in each branch using discrete system analysis.

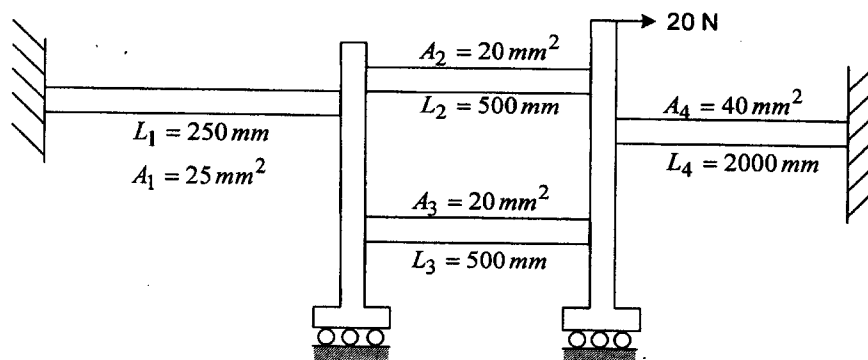


Rajah S2[b]  
Figure Q2[b]

(50 markah)

- S3. [a] Tentukan anjakan nod, daya dalam setiap anggota dan tindakbalas pada penyokong untuk sistem dalam Rajah S3[a] dengan menggunakan kaedah kekakuan terus.

Determine the nodal displacements, the forces in each member and the reactions at the support using the direct stiffness method for the system shown in Figure Q3[a]. For all members,  $E = 10^6 \text{ N/mm}^2$ .



Rajah S3[a]  
Figure Q3[a]

(50 markah)

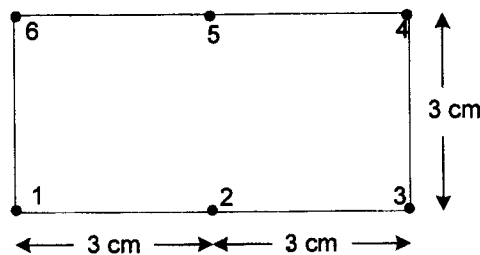
- [b] Agihan suhu dalam segitiga linear untuk suhu nod diberikan sebagai  $T_i = 200^\circ \text{C}$ ,  $T_j = 180^\circ \text{C}$  dan  $T_k = 160^\circ \text{C}$ . Koordinat untuk nod i, j, k adalah  $x_i = 2 \text{ sm}$ ,  $y_i = 2 \text{ sm}$ ,  $x_j = 6 \text{ sm}$ ,  $y_j = 4 \text{ sm}$ ,  $x_k = 4 \text{ sm}$ ,  $y_k = 6 \text{ sm}$ . Jika keberaliran haba untuk bahan elemen segitiga adalah  $0.5 \text{ W/mC}$ , tentukan suhu, fluks suhu dalam arah x dan y pada lokasi  $x = 3 \text{ sm}$  dan  $y = 4 \text{ sm}$ . Tunjukkan bahawa jumlah rangkap bentuk pada lokasi  $x = 3 \text{ sm}$  dan  $y = 4 \text{ sm}$  ialah 1.

*The solution for temperature distribution in a linear triangle gives the nodal temperature as  $T_i = 200^\circ\text{C}$ ,  $T_j = 180^\circ\text{C}$  and  $T_k = 160^\circ\text{C}$ . The coordinates of the nodes i, j and k are  $x_i = 2 \text{ cm}$ ,  $y_i = 2 \text{ cm}$ ,  $x_j = 6 \text{ cm}$ ,  $y_j = 4 \text{ cm}$ ,  $x_k = 4 \text{ cm}$ ,  $y_k = 6 \text{ cm}$ . Calculate the temperature, heat flux in x and y directions at a location given by  $x = 3 \text{ cm}$  and  $y = 4 \text{ cm}$  if the thermal conductivity of the material of the triangular element is  $0.5 \text{ W/cm}^0\text{C}$ . Also show that the sum of the shape functions at the locations  $x = 3 \text{ cm}$ ,  $y = 4 \text{ cm}$  is unity.*

(50 markah)

- S4. [a] Tentukan rangkap bentuk untuk segiempat tepat 6-nod seperti dalam Rajah S4[a].

*Calculate the shape functions for the six-node rectangle shown in Figure Q4[a].*



Rajah S4[a]  
Figure Q4[a]

(50 markah)

- [b] Nilaikan terbitan separa  $\frac{\partial N_i}{\partial x}$  dan  $\frac{\partial N_i}{\partial y}$  pada  $\xi = \frac{1}{4}$  dan  $\eta = \frac{1}{2}$  untuk elemen 'quadrilateral' seperti dalam Rajah S4[b]. Anjakan hampir diandaikan oleh:

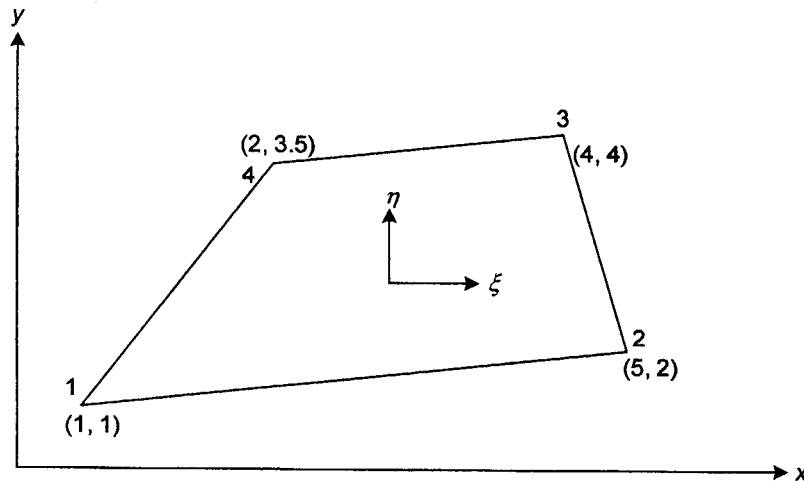
Evaluate the partial derivatives  $\frac{\partial N_1}{\partial x}$  and  $\frac{\partial N_1}{\partial y}$  at  $\xi = \frac{1}{4}$  and  $\eta = \frac{1}{2}$  of a quadrilateral element shown in Figure Q4[b] assuming that the displacement is approximated by a :

(i) sistem dwilelurus

*Bilinear system*

(ii) 'Quadratic interpolating polynomials'

*'Quadratic interpolating polynomials'*



Rajah S4[b]  
Figure Q4[b]

(50 markah)

- S5. [a] Nilai kamiran berikut bila diaplikasikan pada elemen segitiga linear ditandai oleh nod i, j, dan k.  $N_i$ ,  $N_j$  dan  $N_k$  adalah rangkap bentuk,  $L$  ialah panjang sisi ij manakala  $A$  adalah luas segitiga.

Evaluate the following integrals as applicable to a linear triangular element denoted by nodes i, j and k.  $N_i$ ,  $N_j$  and  $N_k$  are shape functions,  $L_{ij}$  is the length of a side ij and  $A$  is the area of the triangle.

- (i)  $\int N_k^2 dl_{ij}$
- (ii)  $\int N_i^2 dl_{ij}$
- (iii)  $\int N_i^2 N_j dl_{ij}$
- (iv)  $\int N_i^3 dl_{ij}$
- (v)  $\int N_i^2 dA$

(50 markah)

- [b] Terbitkan satu skema dua aras langkah masa bagi konduksi haba fana satu dimensi dalam papak menggunakan kaedah unsur terhingga. Persamaan kebezaan diberikan oleh:

*Derive a two-level time stepping scheme for a one dimensional transient heat conduction in a slab using finite element method. The applicable differential equation is given by*

$$K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t}$$

(50 markah)

### Bahagian B

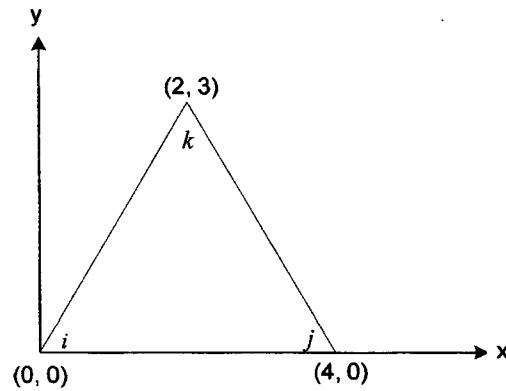
- S6. Plat segiempat sama 100 sm x 100 sm dikenakan keadaan sempadan sesuhu sebanyak 500° C pada bahagian atas dan persekitaran olakan sebanyak 100° C pada bahagian yang lain dengan pekali pemindahan haba adalah 10 W/ m<sup>2</sup>K. Keberaliran haba dalam plat ialah 2 W/ sm<sup>3</sup>. Didapati penjanaan haba seragam sebanyak 2 W/sm<sup>3</sup> dan sumber talian sebanyak 5 W/ sm pada lokasi x = 30 sm dan y = 30 sm. Ambil tebal plat sebagai 1 sm. Tentukan agihan suhu dalam plat menggunakan elemen dua segitiga

*A square plate of size 100 cm by 100 cm is subjected to an isothermal boundary condition of 500°C on the top and to a convection environment on all the remaining three sides of 100°C with a heat transfer coefficient of 10 W/m<sup>2</sup>K. The thermal conductivity of the plate is 10 W/mK. Assume the thickness of the plate is 1 cm. There is a uniform heat generation of 2 W/cm<sup>3</sup> and a line source of 5 W/cm at a location of x = 30 cm and y = 30 cm. Calculate the temperature distribution in the plate using two triangular elements.*

(100 markah)

- S7. Detil elemen segitiga ditunjukkan dalam Rajah S7. Tentukan matriks kekukuhan, vektor daya terma dan tegasan dalam elemen apabila segitiga ditetapkan pada nod i dan pergerakan menegak dikekang pada nod j.

*The details for a triangular element is given in Figure Q7. Calculate the stiffness matrix, thermal force vector and stresses in the element when the triangle is fixed completely at node i and restrained to move vertically at node j.*



Thickness = 1 cm

$$E = 10(10^6) \text{ N/cm}^2$$

$$\mu = 0.25$$

$$\alpha = 6(10^{-6})/^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T = 20^{\circ}\text{C}$$

**Rajah S7**  
**Figure Q7**

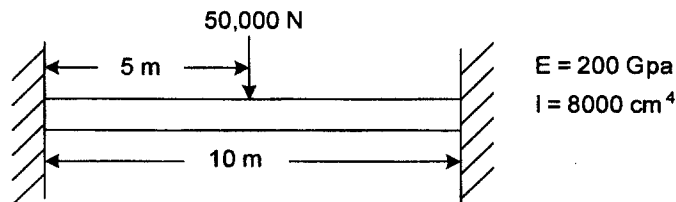
(100 markah)

- S8.** Tentukan anjakan nod untuk rasuk hujung terikat (seperti Rajah S8) yang menanggung beban tumpu 50000 N di tengah rasuk. Lakarkan rajah daya ricih dan rajah momen lentur untuk rasuk. Kekukuhan rasuk diberikan oleh :

*Calculate the nodal displacements for a beam (shown in Figure Q8) fixed at both ends, carrying a concentrated load of 50,000 N at the centre of the beam. Construct the shear force and bending moment diagrams for the beam. The stiffness for the beam is*

$$\text{given by } [K] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ \text{symmetric} & 12 & -6L & \\ & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad \text{The Young's modulus of the material of the}$$

*beam is 200 GPa and the moment of inertia of the cross section of the beam is  $8000 \text{ cm}^4$ .*



(100 markah)